

## تتمة الفصل الثاني: تقدير الطلب:

### سنكمل في الأساليب والنماذج الكمية (المعقدة) لتقدير الطلب:

- 4- طريقة تحليل الانحدار (تحليل الارتباط).
- 5- طريقة المربعات الصغرى.
- 6- طريقة المتوسطات:
  - 1-6- طريقة المتوسط البسيط:
  - 2-6- طريقة المتوسط المتحرك البسيط.
  - 3-6- طريقة المتوسط المتحرك الموزون (المُرَجح).
  - 7- الطريقة الأسية.
- المراجع.

### 4- طريقة تحليل الانحدار (تحليل الارتباط):

وهي أحد الطرق الإحصائية التي تعتمد على الاتجاه العام للطلب في التنبؤ، كما تُعد هذه الطريقة من أدق الطرق في التنبؤ بالمستقبل خاصة في حالة توافر البيانات المناسبة، كما أنها تُحدد أكثر العوامل تأثيراً على الظاهرة محل الدراسة، ومن ثم تخفيض عنصر الخطأ العشوائي إلى أدنى حد ممكن.

- يقوم تحليل الانحدار (تحليل الارتباط) على دراسة العلاقة بين متغيرين أو أكثر أحدهما تابع والآخر مستقل، والتغير التابع هو المتغير المراد تقديره (مبيعات منتج ما) مثلاً، أما المتغير أو المتغيرات المستقلة فهي المتغيرات المؤثرة والمفسرة في المتغير التابع (الدخل) على سبيل المثال، عدد السكان، الأسعار... الخ.

- إن قياس العلاقة بين المتغيرات تقتضي تحديد قيمة (معامل الارتباط) التي تتراوح بين (-1، +1)، وتدل الإشارة السالبة إلى العلاقة العكسية، والإشارة الموجبة إلى العلاقة الطردية، وكلما اقترب معامل الارتباط من 1- أو 1+ دل ذلك على شدة العلاقة بين المتغيرين، وكلما اقترب من الصفر، دل ذلك على انعدام الارتباط وبالتالي انعدام العلاقة بين المتغير التابع والمتغير أو المتغيرات المستقلة.

- ومن معاملات الارتباط يوجد معامل الارتباط البسيط، الذي يقيس العلاقة بين المتغير التابع، وكل متغير (عامل) من المتغيرات المستقلة المؤثرة.

- كما يوجد معامل الارتباط المتعدد الذي يقيس العلاقة بين المتغير التابع وعدد من المتغيرات المستقلة المؤثرة فيه.

- سنقتصر في دراستنا على طريقة تحليل الارتباط البسيط (تحليل الانحدار البسيط).

#### مثال (4):

البيانات التالية تُمثل المبيعات السنوية من الثلاثيات خلال الفترة من عام 2000 ولغاية عام 2011، وكذلك الدخل الإجمالي خلال الفترة نفسها كما يلي:

السنة	الدخل	المبيعات
2000	60	110
2001	60	135
2002	60	120
2003	62	120
2004	62	140
2005	62	130
2006	62	135
2007	64	150
2008	64	145
2009	70	170
2010	70	185
2011	70	160

والمطلوب: قياس العلاقة بين المبيعات والدخل من واقع هذه البيانات، ثم التنبؤ بالمبيعات للسنوات الثلاث القادمة إذا علمت أن تقديرات الدخل الإجمالي لهذه السنوات هي 72، 76، 74 على التوالي.

**الحل:**

إن قياس العلاقة بين المبيعات والدخل، تقتضي الاستعانة بتحديد معامل الارتباط البسيط بينهما، أي بين المبيعات كمتغير تابع والدخل الإجمالي كمتغير مستقل.

- وتستخدم المعادلة التالية في تحديد معامل الارتباط البسيط بين المتغيرين:

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left\{ \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right\} \times \left\{ \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right\}}}$$

حيث أن:

r: معامل الارتباط. x: المتغير المستقل (الدخل).

y: المتغير التابع (المبيعات). n: عدد السنوات (الفترة الزمنية لسلسلة المبيعات) = 12.

- لحل هذه المعادلة يجب إعداد هذا الجدول:

x.y	y <sup>2</sup>	x <sup>2</sup>	المبيعات y	الدخل x	n	السنوات
6,600	12,100	3,600	110	60	عدد سنوات السلسلة الزمنية	2000
8,100	18,225	3,600	135	60		2001
7,200	14,400	3,600	120	60		2002
7,440	14,400	3,844	120	62		2003
8,680	19,600	3,844	140	62		2004
8,060	16,900	3,844	130	62		2005
8,370	18,225	3,844	135	62		2006
9,600	22,500	4,096	150	64		2007
9,280	21,025	4,096	145	64		2008
11,900	28,900	4,900	170	70		2009
12,950	34,225	4,900	185	70		2010
11,200	25,600	4,900	160	70		2011
109,380	246,100	49,068	1,700	766	12	المجموع

- وبتطبيق المعادلة السابقة يمكن الحصول على معامل الارتباط البسيط من بيانات الجدول السابق كالتالي:

$$r = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left\{ \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right\} \times \left\{ \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right\}}}$$

$$r = \frac{109,380 - \frac{766 \times 1700}{12}}{\sqrt{\left\{ 49,068 - \frac{(766)^2}{12} \right\} \times \left\{ 246,100 - \frac{(1700)^2}{12} \right\}}}$$

$$r = 0.91$$

ويلاحظ أن قيمة معامل الارتباط (0.91) موجبة وعالية، مما يعني أن هنالك علاقة قوية بين المبيعات والدخل الإجمالي، حيث تتراوح قيمة معامل الارتباط بين (+1 , -1)، لذا فالمعامل معنوي في هذه الحالة، وبالتالي يُمكن الاعتماد عليه في التنبؤ للسنوات الثلاث القادمة (2012 - 2013 - 2014).

- سنعتمد على معادلة التنبؤ التالية عند التنبؤ بالمبيعات بطريقة الارتباط البسيط وهي:

$$Y - \bar{y} = r \times \sqrt{\frac{\sum y^2 - \{(\sum y) \times \bar{y}\}}{\sum x^2 - \{(\sum x) \times \bar{x}\}}} \times (X - \bar{x})$$

حيث أن:

r: معامل الارتباط البسيط = 0.91      Y: المبيعات المتوقعة للسنة المراد التنبؤ عنها.

$$\bar{y}: \text{الوسط الحسابي لقيم المتغير التابع (المبيعات)}. \text{ أي: } \frac{\sum y}{n} = \frac{1700}{12} = 141.6$$

$$\bar{x}: \text{الوسط الحسابي لقيم المتغير المستقل (الدخل)}. \text{ أي: } \frac{\sum x}{n} = \frac{766}{12} = 63.8$$

حيث n: عدد لملاحظات (السنوات) الخاصة بسلسلة المبيعات.

x: قيم المتغير المستقل. y: قيم المتغير التابع.

$\sum y^2$ : مجموع مربعات قيم المتغير التابع.  $\sum x^2$ : مجموع مربعات قيم المتغير المستقل.

$\sum y$ : مجموع قيم المتغير التابع.  $\sum x$ : مجموع قيم المتغير المستقل.

X: القيمة التقديرية للمتغير المستقل عن السنة التي يُعد عنها التقدير.

- وبالتعويض في المعادلة السابقة من بيانات الجدول السابق نحصل على النتيجة التالية:

$$Y - \bar{y} = r \times \sqrt{\frac{\sum y^2 - \{(\sum y) \times \bar{y}\}}{\sum x^2 - \{(\sum x) \times \bar{x}\}}} \times (X - \bar{x})$$

$$Y - 141.6 = 0.91 \times \sqrt{\frac{246,100 - (1700 \times 141.6)}{49,068 - (766 \times 63.8)}} \times (X - 63.8)$$

$$Y - 141.6 = 0.91 \times \sqrt{28.3} \times (X - 63.8)$$

$$Y - 141.6 = 0.91 \times 5.3 \times (X - 63.8)$$

$$Y - 141.6 = 4.8 (X - 63.8)$$

$$Y - 141.6 = 4.8X - 306.2$$

$$Y = 141.6 + 4.8X - 306.2$$

- وبما أن قيم X التقديرية والخاصة بالمتغير المستقل معطاة صراحة للسنوات 2012، 2013، 2014 على التوالي كالتالي: 72، 74، 76، فيمكن بالتعويض من قيم X التقديرية التنبؤ بمبيعات الأعوام 2012، 2013، 2014 كالتالي:

- $Y (2012) = 141.6 + 4.8 (72) - 306.2 = 181$
- $Y (2013) = 141.6 + 4.8 (74) - 306.2 = 190.6$
- $Y (2014) = 141.6 + 4.8 (76) - 306.2 = 200.2$

- وهكذا يُمكن التنبؤ لأي عدد من السنوات بالتعويض في القيم التقديرية للمتغير المستقل في ضوء معادلة

$$Y = 141.6 + 4.8X - 306.2 \quad \text{التنبؤ الأخيرة السابقة وهي:}$$

## 5- طريقة المربعات الصغرى:

وهي أحد الطرق الإحصائية التي تفترض أن الاتجاه العام للطلب خلال الفترات السابقة سيستمر في الفترات القادمة، وهذه الطريقة تعتمد على استخدام العلاقة الخطية البسيطة، أي العلاقة بين متغيرين أحدهما مستقل والآخر تابع، والمتغير المستقل هنا هو الزمن، بينما المتغير التابع فهو الطلب.

- تستخدم في طريقة المربعات الصغرى العلاقة الخطية البسيطة التالية:

$$y_t = a + bx$$

حيث:

$y_t$ : تمثل الطلب على السلعة خلال الفترة  $t$  (المتغير التابع).

$a$ : تمثل الحد الأدنى للطلب على السلعة والذي لا يرتبط بعنصر الوقت، أي أن قيمة  $y_t$  هي كمية الطلب  $y$  عندما تكون  $t=0$ .

$b$ : تمثل ميل خط الاتجاه العام، أي ظل الزاوية التي يصنعها الخط مع الاتجاه الموجب لمحور الزمن، وهو قد يكون ميل موجب (+) ويعني زيادة المبيعات مع الزمن، أو ميل سالب (-) أي انخفاض رقم المبيعات مع مرور الزمن.

$x$ : تمثل ترتيب الفترة الزمنية المطلوبة في السلسلة الزمنية (المتغير المستقل).

- ويتم حساب المعاملين ( $a$  و  $b$ ) من خلال العلاقتين التاليتين:

$$b = \frac{\sum xy - n \bar{x}\bar{y}}{\sum x^2 - n\bar{x}^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

مثال (9):

توفرت البيانات التالية عن الطلب على منتجات إحدى الشركات الصناعية بين عامي 1992 – 2000 بالأطنان:

السنة	1992	1993	1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000
الطلب	17	16	16	21	20	20	23	25	24

المطلوب: التنبؤ بالطلب على منتجات الشركة لعام 2001 و لعام 2002 وفق طريقة المربعات الصغرى.

الحل:

السنة	المتغير المستقل (x)	المتغير التابع - الطلب (y)	$x^2$	xy
1992	0	17	0	0
1993	1	16	1	16
1994	2	16	4	32
1995	3	21	9	63
1996	4	20	16	80
1997	5	20	25	100
1998	6	23	36	138
1999	7	25	49	175
2000	8	24	64	192
المجموع	36	182	204	796

$$\bar{x} = \frac{36}{9} = 4$$

$$\bar{x}^2 = 16$$

$$\bar{y} = \frac{182}{9} = 20.22$$

نقوم بحساب الثوابت a و b كالتالي:

$$b = \frac{\sum xy - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x^2 - n \bar{x}^2} = \frac{796 - 9 (4 \times 20.22)}{204 - 9 (16)}$$

$$b = \frac{796 - 727.92}{204 - 144}$$

$$b = \frac{68.08}{60} = 1.13$$

$$a = \bar{y} - b \bar{x}$$

$$a = 20.22 - 1.13 (4) = 20.22 - 4.52 = 15.7$$

نعوض في العلاقة:

$$y_t = a + bx$$

$$y_t = 15.7 + 1.13x$$

الطلب في عام 2001 = 15.7 + 1.13 (10) = 27 طن.

الطلب في عام 2002 = 15.7 + 1.13 (11) = 28.13 طن.

6- طريقة المتوسطات:

1-6- طريقة المتوسط البسيط:

في هذه الطريقة يتم احتساب المتوسط الحسابي للطلب خلال الفترات الماضية (أسابيع، أشهر، سنوات..). ويستخدم المتوسط الناتج كتقدير لحجم الطلب في الفترات القادمة.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{d=1}^n D}{n}$$

حيث أن: D: الطلب في الفترات السابقة، n: عدد مفردات العينة (عدد السنوات، الأيام...الخ).

مثال (5):

الجدول التالي يُمثل زوار المرضى في إحدى المستشفيات في الأسبوع خلال الأسابيع الستة الماضية، والمطلوب استخدام طريقة المتوسط البسيط في التنبؤ بعدد الزوار المتوقع خلال الأسبوع القادم:

الأسبوع	الطلب الفعلي D
1	401
2	380
3	411
4	415
5	393
6	375
المجموع	2375

**الحل:**

نقوم باحتساب المتوسط الحسابي للبيانات الواردة في الجدول وفقاً للمعادلة التالية:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{d=1}^n D}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{2375}{6} = 395.8 \approx 396 \text{ زائر}$$

- أي أنه من المتوقع أن يكون عدد الزوار خلال الأسبوع القادم (الأسبوع السابع) 396 زائر وفقاً لطريقة المتوسط البسيط.

**6-2- طريقة المتوسط المتحرك البسيط:**

تستخدم هذه الطريقة للتنبؤ بالطلب في ظل ظواهر تتسم بالتقلبات الحادة خلال فترة زمنية معينة، ويُعرف المتوسط المتحرك البسيط كما يلي: المتوسط الذي يتم تعديله بشكل مستمر مع مرور الفترات الزمنية عن طريق تغيير الأرقام التي يُحسب على أساسها.

- يتم حسابه وفقاً للمعادلة التالية:

$$D_t = \frac{D_{t-1} + D_{t-2} + \dots + D_{t-n}}{n}$$

حيث أن:  $D_t$ : الطلب المتوقع خلال الفترة  $t$ .

$t$ : الفترة الزمنية.

$D_{t-1}$ : الطلب الفعلي للفترة السابقة لـ  $t$ .

$D_{t-2}$ : الطلب الفعلي للفترة السابقة لـ  $t-1$  وهكذا...

$n$ : عدد الفترات الزمنية التي يُحسب على أساسها المتوسط المتحرك.

- تأخذ  $n$  رقماً كبيراً إذا كانت التقلبات في الأرقام صغيرة، والعكس بالعكس. مع ملاحظة أن استخدام

المعلومات عن الفترات الزمنية السابقة يرتبط بتكرار التقلبات في الطلب، فإذا كانت التقلبات تتكرر كل ستة أشهر فيفضل استخدام بيانات عن الطلب الفعلي لستة أشهر.. وهكذا.

### مثال (6):

إذا توفرت لديك المعلومات التالية عن الطلب الشهري خلال ستة أشهر، المطلوب احتساب المتوسط المتحرك البسيط لثلاث أشهر (فترات):

الشهر	الطلب الشهري بالوحدة	مجموع الطلب خلال ثلاثة أشهر سابقة	المتوسط المتحرك البسيط بمعدل 3 أشهر
1	150	-	-
2	180	-	-
3	160	490	$163.33 = 490 / 3$
4	200	540	$180 = 540 / 3$
5	170	530	$176.66 = 530 / 3$
6	220	590	$196.66 = 590 / 3$

### 6-3- طريقة المتوسط المتحرك الموزون (المُرجح):

في هذه الطريقة يقوم المُقدر بإعطاء أوزان نسبية إلى الأرقام التاريخية تعكس أهمية الفترات التي تُعبر عنها، وعلى أساس ذلك يتم تقدير الطلب في الفترات القادمة، وفي الغالب يتم إعطاء أوزان أكبر للفترات التاريخية القريبة.

- يتم احتساب المتوسط المتحرك الموزون كما يلي:

$$WMA_t = \sum W_{t-1} \times D_{t-1} + W_{t-2} \times D_{t-2} + \dots W_{t-n} \times D_{t-n}$$

حيث أن:

$WMA_t$ : الطلب المتوقع للفترة  $t$ .  
 $t$ : الفترة الزمنية.

$W_{t-1}$ : الوزن النسبي المُعطى للفترة  $t-1$  وهكذا... ويتم تحديدها على أساس خبرة المُقدر، حيث أنه:

$$\sum_{t=1}^n w_t = 1 \quad \text{حيث: } 1 \geq W_{t-1} \geq 0$$

$D_{t-1}$ : الطلب الفعلي للفترة  $t-1$  وهكذا...

$n$ : ثُمَّنل عدد الفترات الزمنية التي يُحسب على أساسها المتوسط المتحرك المرجح (الموزون).

### مثال (7):

وفقاً لبيانات المثال (6) احسب المتوسط المتحرك الموزون، بافتراض الأوزان النسبية التالية:

$$\text{الوزن للفترة الثالثة (الشهر الثالث)} = 0.50$$

$$\text{الوزن للفترة الثانية (الشهر الثاني)} = 0.333$$

$$\text{الوزن للفترة الأولى (الشهر الأول)} = 0.167$$

الحل:

الشهر	الطلب الشهري بالوحدة	المتوسط المتحرك الموزون
1	150	-
2	180	-
3	160	$160 (0.50) + 180 (0.333) + 150 (0.167) = 158.33$
4	200	$200 (0.50) + 160 (0.333) + 180 (0.167) = 183.34$
5	170	$170 (0.50) + 200 (0.333) + 160 (0.167) = 178.32$
6	220	$220 (0.50) + 170 (0.333) + 200 (0.167) = 200.01$

### 7- الطريقة الأسية:

هذه الطريقة بعكس طريقة المتوسطات، لا تحتاج إلى معلومات كثيرة، فهي تحتاج إلى ثلاثة معلومات هي:

- آخر طلب فعلي. - آخر طلب متوقع. - معامل التسوية.

ويتم حساب الطلب المتوقع بهذه الطريقة باستخدام المعادلة التالية:

$$ES_t = C (E_{t-1}) + (1 - C) D_{t-1}$$

حيث:

$ES_t$ : الطلب المتوقع للفترة  $t$ .  $t$ : الفترة الزمنية.

$E_{t-1}$ : الطلب الفعلي للفترة السابقة لـ  $t$ .  $D_{t-1}$ : الطلب المتوقع للفترة السابقة لـ  $t$ .

$C$ : معامل التسوية ويتراوح بين  $0 \leq C \leq 1$  ويُحدد بناء على الخبرة...

مثال (8):

أحد باعة الثلجات توقع في شهر نيسان أن تكون مبيعاته في شهر أيار 180 ثلاجة، وكان الطلب الفعلي في شهر أيار 200 ثلاجة، وبفرض قيمة  $C$  تساوي (0.30)، فما هو الطلب المتوقع في شهر حزيران؟

الحل:

$$ES_t = C (E_{t-1}) + (1 - C) D_{t-1}$$

بالتعويض:

$$ES_t = 0.30 (200) + (1 - 0.30) 180 = 186$$

وهو الطلب المتوقع في شهر حزيران.

- المراجع:

1- الحوراني، أكرم (2018): دراسة الجدوى الاقتصادية للمشروعات، منشورات جامعة دمشق، كلية الاقتصاد.

2- الكرخي، مجيد (2014): تقويم وتخطيط البرامج، دار المنهل للنشر.